Utilisation des séries de Fourier pour calculer des sommes de séries :

Déterminer (b, c, d) tel que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\displaystyle\int_0^\pi (bt^2 + ct + d)\cos nt \; \mathrm{d}t = \frac{1}{n^2}$ et $\displaystyle\int_0^\pi (bt^2 + ct + d) \; \mathrm{d}t = 0$.

Calculer les sommes des séries $\displaystyle\sum \frac{\cos nt}{n^2}$, $\displaystyle\sum \frac{1}{n^2}$ et $\displaystyle\sum \frac{(-1)^n}{n^2}$. d4-28

Plus généralement, chercher $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{2k}}$ pour $k = 1..10$. m-29

Phénomène de Gibbs :

Soit f la fonction $2\pi-$périodique définie par : $(f(x) = 1$ pour $x \in]0, \pi[$; $f(x) = 0$ pour $x \in [\pi, 2\pi[)$.
Calculer le terme général de sa série de Fourier et étudier sa convergence simple.
Soit $S_N(x)$ la valeur en $x \in \mathbb{R}$ de la somme partielle d'ordre N de la série de Fourier de f.
Calculer les coordonnées du premier extremum $(\alpha_N, S_N(\alpha_N))$ de la fonction S_N.
Démontrer que la suite $(\alpha_N, S_N(\alpha_N))$ a une limite (α, L) quand $N \to \infty$ et calculer une valeur approchée de L à 10^{-2} près.
Interpréter.
Représenter f et S_N pour $N = 5..8$. d4-32