## 3-1 - Résoudre une EDP

1. **Résoudre les EDP suivantes : (a) $x^2 \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1$ ; (b) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = xy$ ; (c) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \dfrac{x}{y} + a$.** e2-009
2. **Résoudre $D_1 f - D_2 f + 3(x-y)f = 0$ en utilisant $u = xy\ ,\ v = x + y$.** e2-001
3. **Résoudre $2(y^2 - x)\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2y\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = y^2 - x$ (On utilisera $(x = u^2 + v^2; y = u + v)$ )** E2-18
4. (a) Résoudre l'EDP $2\dfrac{\partial f}{\partial x} - 3\dfrac{\partial f}{\partial y} = e^{3x+2y}$ en utilisant le changement de variable $(x, y) = (2u, -3u + v)$.

   (b) Résoudre l'EDP $\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = xe^{2y}$.

   (c) Résoudre l'EDP $x^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ en passant en polaires. e2-014
5. Résoudre $2xyD_1 f + (1 + y^2)D_2 f = 0$ en utilisant $x = \dfrac{u^2 + v^2}{2}, y = \dfrac{u}{v}$. e2-003
6. Résoudre $r \tan\dfrac{\theta}{2}\dfrac{\partial f}{\partial r} + \dfrac{\partial f}{\partial \theta} = 0$ en utilisant $u = r\cos^2\dfrac{\theta}{2}, v = r\sin^2\dfrac{\theta}{2}$. e2-012

## 3-2 - Intégrale double

7. **Soit $A = (0, 0), B = (1, 1), C = (2, 0)$ et $U$ l'intérieur du triangle de sommets $A, B, C$. Calculer $\displaystyle\iint_U (x + y)\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y$.** e5-003
8. **Calculer $\displaystyle\iint_D |x + y|\ \ \mathrm{d}x\ \ \mathrm{d}y$ où $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$.** E5-15
9. **Soit $D = \{(x, y)/x > 0, y > 0, x^2 + y^2 < 2x\}$. Calculer $\displaystyle\iint_D x^2y^2\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y$.** e5-002
10. Calcul de $\displaystyle\iint_{\mathcal{D}} \frac{y}{x^2 + a^2} dx\, dy$ lorsque $\mathcal{D}$ est défini par :
$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq a^2.$$
    *Centrale* e5-001
11. Calculer $\displaystyle\iint_{\mathcal{D}} \frac{\mathrm{d}x\ \mathrm{d}y}{x + y}$ où $\mathcal{D} = \{M = (x, y)/y \leq x \leq 1; x + y \geq 1\}$. e5-020
12. Calculer $I = \displaystyle\iint_{\Delta} \sin\frac{\pi x}{2y}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y$ où $\Delta$ est le domaine du plan défini par $1 \leq x \leq 4; \sqrt{x} \leq y \leq \min(2, x)$. e5-023
13. Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ /\ 0 \leq x \leq a\ ;\ 0 \leq y \leq b\}$ et $f \in \mathcal{C}^4(A, \mathbb{R})$. Calculer $\displaystyle\iint_A xy\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}(x, y)\, dx\, dy$. E5-31