## 3-1 - Résoudre une EDP

Soit $\varphi : (x_1, x_2) \mapsto (y_1, y_2)$ un changement de variable de classe $\mathcal{C}^1(U, V)$ où $U$ et $V$ sont des ouverts de $\mathbb{R}^2$ et $f \in \mathcal{C}^1(U, \mathbb{K})$.
On définit une nouvelle fonction $g$ par $\forall x \in U, f(x) = g(y)$ ie $f = g \circ \varphi$.
Les dérivées partielles de $f$ se calculent au moyen de celles de $g$ par la **"formule de changement de variable"** :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial y_1}{\partial x_j}\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial y_2}{\partial x_j}\frac{\partial}{\partial y_2}.}$$

## 3-2 - Intégrale double

Soit $f \in \mathcal{C}^0(K, F)$ où $K$ est un compact de $\mathbb{R}^2$ qui peut se définir par :

$$K = \{(x, y)/a \leq x \leq b \text{ et } C(x) \leq y \leq D(x)\} = \{(x, y)/c \leq y \leq d \text{ et } A(x) \leq x \leq B(x)\}$$

où $A, B \in \mathcal{C}^0([c, d])$ et $C, D \in \mathcal{C}^0([a, b])$.
On a alors le **"théorème de Fubini"** :

$$\boxed{\iint_K f \overset{\text{déf}}{=} \int_a^b \left(\int_{C(x)}^{D(x)} f(x, y)\ \mathrm{d}y\right)\ \mathrm{d}x \overset{\text{thm}}{=} \int_c^d \left(\int_{A(y)}^{B(y)} f(x, y)\ \mathrm{d}x\right)\ \mathrm{d}y,}$$

ie **on peut "découper le domaine $K$ en tranches" parallèlement à l'un quelconque des deux axes**.
En particulier, si $f \in \mathcal{C}^0([a, b] \times [c, d], F)$ : $\displaystyle\iint_{[a,b]\times[c,d]} f = \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y)\ \mathrm{d}y\right)\ \mathrm{d}x = \int_c^d \left(\int_a^b f(x, y)\ \mathrm{d}x\right)\ \mathrm{d}y$
(On intègre sur un rectangle).
**Passage en polaires** : Si $(x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta)$ et $r > 0$, alors $\boxed{\mathrm{d}x\ \mathrm{d}y = r\ \mathrm{d}r\ \mathrm{d}\theta}$.