1. **Soit (Γ) l'arc paramétré $(x = t\ ;\ y = t^2\ ;\ z = t^3)$ et (Σ) la surface engendrée par la normale au point $M(t)$ de (Γ) qui est parallèle au plan $(z = 0)$.**
   Déterminer une représentation paramétrique de (Σ) ; étudier l'existence du plan tangent en un point de (Σ). F5-35
2. **Soit S la surface d'équation cartésienne $z^2 - x^2 - y^2 = 1$. Reconnaître S.**
   Soit D la droite d'équations : $(2x + y = 0\ ,\ x + z = 0)$; déterminer le contour apparent de S dans la direction de D f5-59

---

3. *Soit S une surface d'équation $z = f(x, y)$. Prouver que S est de révolution d'axe Oz si et seulement si en tout point M, la normale en M à S est parallèle ou sécante à Oz.* f5-60
4. *Soit (Σ) une surface de classe $\mathcal{C}^1$ et $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul. Un arc (Γ) de (Σ) est une hélice de direction $\overrightarrow{u}$ si l'angle de $\overrightarrow{u}$ et de la tangente à (Γ) en ses points réguliers est constant.*
   Déterminer les hélices de direction $\overrightarrow{u_z}$ sur le paraboloïde de révolution $x^2 + y^2 = 2pz$. F4-22

---

5. Un point M décrit une ellipse. La normale en M recoupe l'ellipse en P. Quelle est la longueur minimale de MP ? Même question avec une parabole. f1-074
6. a, b, R, T étant des constantes réelles strictement positives, on considère la relation
   $$(1) \quad P(V - b)\exp\left(\frac{a}{RTV}\right) = RT.$$
   Démontrer que (1) définit au voisinage de 0 une fonction $f : P \mapsto PV$. Démontrer que f admet un développement limité d'ordre 1 en 0 et déterminer ce développement limité.
   Soit (C) la courbe représentative de f. Déterminer sa tangente au point d'abscisse 0.
   Déterminer (V_c, P_c, T_c) tel que, si $T = T_c$, le relation (1) définisse au voisinage de V_c une fonction $g : V \mapsto P$ de classe $\mathcal{C}^2$ telle que $g'(V_c) = g"(V_c) = 0$. e1-30
7. Prouver que la courbe (Γ) : $\left(x = \dfrac{1}{1+t}; y = \dfrac{t-3}{t^2-1}; z = \dfrac{4}{t-1}\right)$ est une hyperbole. Déterminer son plan, son centre, ses asymptotes, ses axes. f4-25
8. Soit S la surface d'équation $x^2 - y^2 + z^2 = 1$; déterminer l'ensemble des points de S où le plan tangent est parallèle au plan d'équation $2x + y - z = 0$. *CCP* f5-003
9. Soit la surface paramétrée (Σ) $x = u + \dfrac{1}{u}; y = v + \dfrac{1}{v}; z = \dfrac{u}{v} + \dfrac{v}{u}$. Décrire les courbes coordonnées de (Σ). Déterminer son contour apparent dans la direction de l'axe $O, \overrightarrow{u_z}$. f5-26