

IC du 28/02/2011 : \emptyset

Programme de colle 19

Séries de Fourier

- Convergence en moyenne quadratique ; théorème de Parseval ; injectivité de $f \in \mathcal{C}_T \mapsto (c_n(f))$; propriétés des coefficients ($\sum |c_n|^2$ converge ; en particulier, $\lim c_n = 0$).
- Théorème de Dirichlet ; propriétés des coefficients ($\sum a_n$ converge).
- Théorème de convergence normale.
Si f est \mathcal{C}^1 par morceaux et continue, alors $c_n(f') = \dots$. Recherche de solutions périodiques de certaines EDO.
Si f est \mathcal{C}^k par morceaux et \mathcal{C}^{k-1} , alors $c_n(f) = o(1/n^k)$.

Séries entières

- **Définition**, structure.
- **Domaine de convergence**
 - Lemme d'Abel
 - Rayon de convergence ($\sup\{\rho/(a_n \rho^n) \text{ bornée}\}$)
 - Développement en série entière des fonctions usuelles
 - Opérations : R de la somme, du produit de Cauchy, de la dérivée.
- **Variable complexe :**
Convergence normale sur tout compact du disque de convergence ; continuité sur ce disque.
Eventuelle continuité radiale en R^- ou $(-R)^+$.
- **Variable réelle :**
Intégration terme à terme, dérivation.
Série de Taylor d'une fonction ; unicité du DSE.
Recherche d'un développement en série entière ; recherche de solutions développables en série entière d'une EDO.