

IC du 31/01/2011 :

Chap 14 (Séries de fonctions) et Chap 15 (Séries de Fourier)

Programme de colle 17**Espaces euclidiens**

- **Bases orthonormales** et leur utilisation : thm d'existence (révision de la méthode de Gram-Schmidt), expression matricielle du produit scalaire dans une base orthonormale.
- **Automorphisme orthogonal** : déf, réflexions; caractérisations (conservation de la norme, image d'une BON); groupe orthogonal.
Endomorphismes orthogonaux en dimension 1,2,3.
Matrice orthogonale : matrice orthogonale et automorphisme orthogonal; matrice orthogonale et changement de BON.
- **Endomorphisme symétrique** : déf; structure; les sous-espaces propres sont orthogonaux; un projecteur est orthogonal ssi il est symétrique.
Matrices symétriques réelles.
Réduction des endomorphismes symétriques ("thm spectral")

Espaces vectoriels normés (II)

- **Norme $\|\cdot\|_\infty$** .
Théorèmes d'approximation : des fonctions continues par morceaux sur un segment par des fonctions en escaliers, de Weierstrass-1 (par les polynômes), de Weierstrass-2 (par les polynômes trigonométriques).
- **Norme $\|\cdot\|_2$** .
Fonctions de carré intégrable; produit de fonctions de L^2 ; inégalité de Cauchy-Schwarz; norme $\|\cdot\|_2$ sur les fonctions de $C^0 \cap L^2$; comparaison avec $\|\cdot\|_\infty$.

Séries de fonctions

- **"Théorème d'intégration terme à terme"** : Si $\sum u_n$ est une série de fonctions intégrables sur I qui converge simplement sur I de somme $f \in CM(I)$ et $\sum \int_I |u_n|$ est convergente, alors ...
Application aux séries de fonctions du thm de convergence dominée.
- **Convergence normale**, normale sur tout segment.
- **"Transfert de continuité"**.
Continuité de la somme (avec hypothèse de CV normale sur tout segment); thm "de la double limite".
- **"Dérivation terme à terme"**
CV normale et intégration sur un segment.
Dérivation de la somme (la série $\sum Du_n$ CV normalement sur tout segment).

La semaine prochaine, séries de Fourier.