

**IC du 24/01/2011 :**

Chap 13-A et B (Espaces vectoriels normés - (II))

**Le 24/01 - 14h :**

TD sur "Espaces vectoriels normés - (II)"

**Programme de colle 16****Dérivée, primitive**

Sauf exception, le cadre est celui des applications d'un intervalle de  $\mathbb{R}$  dans un espace vectoriel normé de dimension finie.

- **Fonction dérivable en un point** : Dérivée de  $u \circ f, u \in \mathcal{L}(E)$ , dérivée de  $B(f, g), B$  bilinéaire.
- **Fonction dérivable sur un intervalle**, de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un intervalle ; caractérisation des  $\mathcal{C}^1$ -difféomorphismes de  $I$  sur  $J$  (intervalles de  $\mathbb{R}$ )
- **Primitives** d'une fonction continue sur un intervalle, lien primitive/intégrale, formule de Taylor-Young, inégalité des accroissements finis, thm de prolongement des fonctions  $\mathcal{C}^1/\mathcal{C}^k$ , changement de variable, intégration par partie, formule de Taylor ( $f(x) = \sum \dots + R_n(x)$  et si  $f \in \mathcal{C}^{n+1}(I)$ , forme intégrale de  $R_n(x)$ , majoration de  $\|R_n(x)\|$  et inégalités dans le cas réel).

**Espaces euclidiens**

- **Bases orthonormales** et leur utilisation : thm d'existence (révision de la méthode de Gram-Schmidt), expression matricielle du produit scalaire dans une base orthonormale.
- **Automorphisme orthogonal** : déf, réflexions ; caractérisations (conservation de la norme, image d'une BON) ; groupe orthogonal.  
Endomorphismes orthogonaux en dimension 1,2,3.  
Matrice orthogonale : matrice orthogonale et automorphisme orthogonal ; matrice orthogonale et changement de BON.
- **Endomorphisme symétrique** : déf ; structure ; les sous-espaces propres sont orthogonaux ; un projecteur est orthogonal ssi il est symétrique.  
Matrices symétriques réelles.  
Réduction des endomorphismes symétriques ("thm spectral")

*La semaine prochaine, espaces euclidiens et retour à l'analyse.*