

**IC du 11/10/2009 :**

Chap.3 : Parties B à E. Chap.4 : Partie A

**Pour le 11/10 - 14h :**

PCSI 7-1,1 et 4; PCPSI 7-2,1 et 2.

**Programme de colle 05****Espaces vectoriels normés (I)**

Normes, boules

cf. précédent programme.

**Suites d'un evn**

Exemples en dimension finie seulement (suite dans  $\mathbb{C}$ , exemple d'exponentielle d'une matrice)

**Parties d'un EVN**

Ouvert, fermé (caractérisation séquentielle), borné, compact (notion non définie, on a seulement la caractérisation "fermé-borné" dans un EVN de dimension finie).

**Application d'une partie d'un EVN de dimension finie dans un EVN**

Point adhérent à une partie, limite de  $f$  en un point adhérent à  $D_f$ .

Etude de la continuité d'une fonction  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  en un point "à problème" (continuité vs continuité partielle).

Fonction continue (image d'un compact)

Fonction lipschitzienne.

**Application linéaire d'un EVN de dimension finie dans un EVN**

Elles sont continues;  $\exists k, \forall x \in E \quad N_F(u(x)) \leq kN_E(x)$ ,  $u$  est lipschitzienne.

Application bilinéaire.

**Intégrale (I)****Intégrale d'une fonction réelle positive sur un intervalle quelconque**

"Définition" : si  $f \in Cm([a, b[)$  est à valeurs dans  $\mathbb{R}_+$ ,  $f$  est intégrable sur  $[a, b[$  ssi  $(x \mapsto \int_a^x f)$  a une limite en  $b^-$ ; interprétation (aire); définition de  $\int_{[a,b[} f$ . Idem sur  $]a, b]$ . Fonctions de référence ( $t \mapsto 1/t^\alpha$ ,  $\ln$ ,  $t \mapsto e^{\alpha t}$ ); thm de comparaison ( $O, o, \sim$ ).

Fonction  $Cm(]a, b[, \mathbb{R}_+)$  intégrable.

*On s'intéresse seulement pour le moment à des espaces vectoriels normés de dimension finie (ou à la rigueur  $\mathbb{K}[X]$ ).*

*Please, pour le moment on s'interdit absolument d'utiliser l'expression "l'intégrale ... est convergente/divergente".*