

1. **LinearAlgebra**

Avec Maple : montrer que $N(A) = \sqrt{\text{tr}({}^tAA)}$ est une norme sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Écrire la procédure qui donne cette norme pour $n = 4$ et écrire la norme des matrices $A = (a_{ij}) = (i + j)$, $B = (b_{ij}) = (ij)$, $C = AB$ et $D = (d_{ij}) = (i - j)$.

Montrer que $\text{tr}(A) \leq \sqrt{n}N(A)$.

Montrer que $\forall O \in O_n(\mathbb{R})$, $N(OA) = N(AO) = N(A)$ et montrer que $N(AB) \leq N(A)N(B)$.

Montrer qu'il existe une unique matrice H symétrique telle que $N(A-H) = \inf\{N(A-M), M \text{ symétrique}\}$. Donner cette matrice H et la valeur de $N(A-H)$ en fonction des coefficients de A .

Trouver deux autres normes sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et donner les « meilleurs coefficients d'équivalence ».

Cent

O16-070

2. [**seq(...,i=...)**],**sum(...,i'=...)**

Montrer que l'ensemble E des fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , telles qu'il existe un entier n vérifiant $f(x) = o(x^n)$ en $+\infty$, est un espace vectoriel contenant les fonctions réelles continues et bornées, ainsi que $\mathbb{R}[X]$.

Montrer que $\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x)e^{-\pi x^2} dx$ est un produit scalaire sur E . Trouver une base orthonormale de $\mathbb{R}_2[X]$ pour \langle, \rangle .

Déterminer P , projection orthogonale de \cos sur $\mathbb{R}_2[X]$ et représenter $\cos - P$ sur $[-1, 1]$. Calculer $\int_{-1}^1 (\cos x - P(x)) dx$.

Cent

O16-C038

3. **LinearAlgebra, VectorCalculus, implicitplot3d**

Réduire $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. Soit $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $f(X) = (AX|X) - 2(B|X)$ admet-elle des extrema? Si oui, les calculer.

Nature de $f(x, y, z) = k$ et tracer quelques unes des surfaces.

Montrer que $\phi(A)$ défini par $\phi(A)(X, Y) = (AX|Y)$ est un produit scalaire.

manque fin *Centrale*

O18-C043