Algo

1. X-2013, question 3.
2. X-2013, question 6.
3. X-2013, question 9. : On commencera par écrire une procedure récursive *chercher(t,a,b)* qui prend un tableau t de taille n et a, b avec $0 \leq a \leq b \leq n-1$ tels que la fonction croissante associée à t ait un point fixe dans $[\![a, b]\!]$ et qui retourne ce point fixe.

Centrale-Oral 2

1. Soit C l'espace vectoriel des fonctions continues et $2\pi-$périodiques.
   Pour $f \in C$, soit $A(n, f) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k) - \dfrac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} f(t)\ \mathrm{d}t$.
   (a) i. Ecrire avec Maple une fonction A qui pour n et f donnés renvoie $A(n, f)$.
   ii. Calculer $A(n, x \mapsto \sin(3x))$.
   iii. Calculer $A(n, x \mapsto \exp(ipx))$ où $p \in \mathbb{Z}$.
   iv. Calculer la limite quand n tend vers $+\infty$ de $A(n, x \mapsto \exp(ipx))$ où $p \in \mathbb{Z}$.
   (b) Soit g une fonction de C.
   i. Soit $\varepsilon \in \mathbb{R}_{+}^{*}$. Montrer qu'il existe un polynôme trigonométrique P tel que $\forall x \in \mathbb{R}, \quad |g(x) - P(x)| < \varepsilon$.
   ii. Montrer que $|A(n, g) - A(n, P)| < 2\varepsilon$.
   iii. Montrer que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} A(n, P) = 0$.
   iv. En déduire que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} A(n, g) = 0$.
   (c) (?)
   (Berr-Centrale) O17-962
2. (a) On définit les suites (α_n) et (β_n) par $\alpha_0 = 1, \alpha_{n+1} = (n+1)\alpha_n + (-1)^{n+1}$ et $\beta_n = \dfrac{\alpha_n}{n!}$.
   Déterminer des valeurs exactes et approchées de $\beta_i, i = 1..6, \beta_{10}, \beta_{20}, \beta_{30}$. Conjecturer.
   Développer $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1-x}$ en série entière, d'abord en utilisant un produit de Cauchy, puis en utilisant la suite (β_n).
   Déterminer le rayon de convergence de la série entière obtenue puis celui de la série $\sum \beta_n x^n$.
   Sur quel intervalle f est-elle égale à la somme de son développement en série entière ?
   Ecrire une procedure qui donne "true" si une liste est une permutation de $\leq 1, n]\!]$ et "false" sinon.
   Centrale O19-102