Algo

1. X-2013 - Question 1.
2. X-2013 - Question 8.
3. Ecrire une procédure **attire(t,i,j)** qui prend en premier argument un tableau t de taille n représentant une fonction $f : E_n \to E_n$, en deuxième et troisième arguments des entiers i, j de E_n, et renvoie *vrai* si "i attire j" ie s'il existe un entier $k \in \mathbb{N}$ tel que $f^k(j) = i$, *faux* sinon.
4. Ecrire une procédure **est_attracteur(t,i)** qui prend en premier argument un tableau t de taille n représentant une fonction $f : E_n \to E_n$ et en deuxième argument un entier i de E_n, et renvoie *vrai* si i est un attracteur, ie si i est un point fixe de f et $\forall x \in E_n,\ \exists k \in \mathbb{N},\ f^k(x) = i$, *faux* sinon.
5. X-2013 - Question 5. ; en utilisant, bien sûr, la question précédente.

Centrale-Oral 2

6. Soit Φ défini sur $\mathbb{R}[X]$ par $\Phi(P) = \displaystyle\int_0^1 P(t)\ \mathrm{d}t$.

   Montrer qu'il existe $P_n \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que pour tout $Q \in \mathbb{R}_n[X]$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} P_n(k)Q(k) = \Phi(Q)$. Calculer P_i pour $0 \leq i \leq 5$.
   Tracer la courbe représentative de ces polynômes sur $[-1, 5]$.
   Que peut-on conjecturer sur les P_i suivants ? *Centrale* O19-105
7. Avec Maple : pour $n \in \mathbb{N}^*$, montrer l'existence et l'unicité d'un polynôme $P_n \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P_n(X+\dfrac{1}{X}) = X^n+\dfrac{1}{X^n}\cdot$
   Préciser le degré et le coefficient dominant de P_n.
   Établir une relation liant P_{n-1}, P_n et P_{n+1}.
   Avec Maple, tracer simultanément les graphes de P_i, $i \in [1, 5]$, pour $x \in [-2, 2]$. En déduire une conjecture quant aux racines de P_n puis montrer cette conjecture.
   Décomposer $\dfrac{1}{P_n}$ en éléments simples. Afficher la décomposition de $\dfrac{1}{P_i}$ pour $i \in [1, 5]$, avec Maple. Connaissez-vous une commande Maple qui décompose une fraction rationnelle en éléments simples ?
   Cent O16-065