

Soient  $B = (e_1, \dots, e_n)$  une base de  $\mathbb{R}^n$  et  $f$  l'endomorphisme défini par  $\forall k \leq n - 1, f(e_k) = e_{k+1}$  et  $f(e_n) = e_1$ .

1. Donner la procédure permettant de créer, en fonction de  $n$ , la matrice  $A$  de  $f$  dans  $B$ . La mettre en application pour  $n = 6$ .
2. Pour  $n = 6$ , donner le polynôme caractéristique de  $A$  et le factoriser dans  $\mathbb{R}[X]$ .  
On note  $R_i$  les polynômes irréductibles dont le produit est égal au polynôme caractéristique de  $A$ .  
Donner  $\ker R_i(f)$  et montrer que, pour  $n = 6$ , ces noyaux sont supplémentaires.  
Réduire  $A$  dans  $M_6(\mathbb{C})$ .
3. Reprendre la question précédente pour  $n$  quelconque.

*Centrale*

O20-104