$\forall x, y,\ |u_n(x,y)| = |\dfrac{\sin nx \sin ny}{n^2}| \leq \dfrac{1}{n^2}$ qui est le TG d'une série convergente donc K est définie sur $\mathbb{R}^2$.

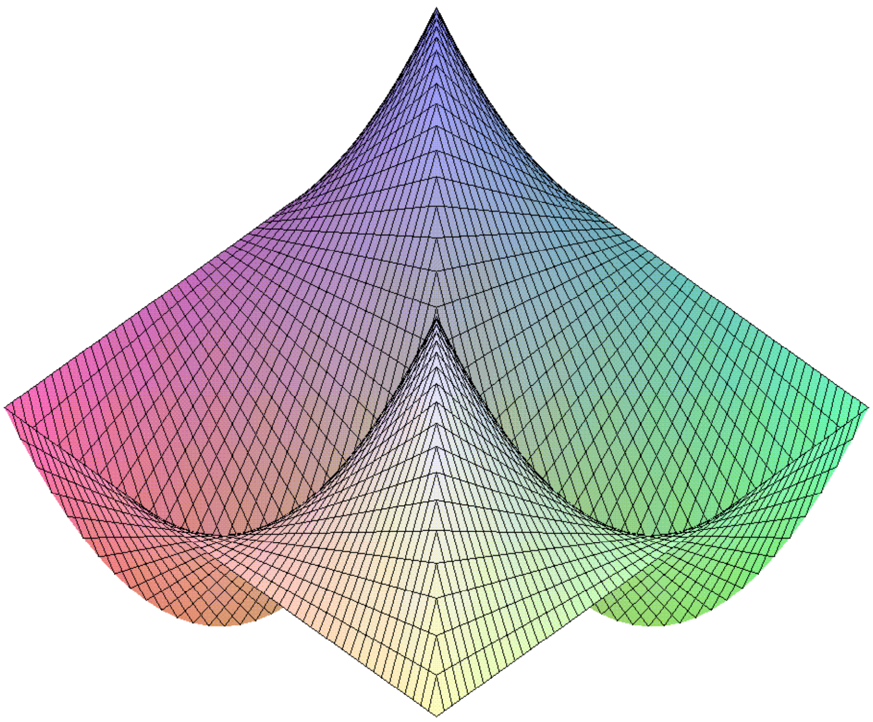
Pour y fixé, $\sup\limits_{x\in\mathbb{R}} |u_n(x,y)| = \dfrac{|\sin ny|}{n^2}$ est le TG d'une série convergente donc il y a convergence normale (globale, par rapport à x) sur $\mathbb{R}$ d'une série de fonctions continues, d'où la continuité de $x \mapsto K(x,y)$ ($\forall x, y,\ K(x,y) = K(y,x)$ d'où le même résultat par rapport à y).
E_x est $\mathcal{C}^1-$par morceaux et continue sur $\mathbb{R}$ d'où convergence normale vers E_x de sa série de Fourier.
$\forall x \in \mathbb{R}, y \in [0,\pi],\ E_x(t) = 2K(x,y)$ d'où une expression simple de $K(x,y)$. La figure illustre la continuité de K et montre les points $(x = y)$ où elle n'a pas de dérivées partielles.

O19-104

```
> restart:
> z:=sum(sin(n*y)*sin(n*x)/n^2,n=1..1000):evalf(subs({x=1,y=1},z))
  ;
```

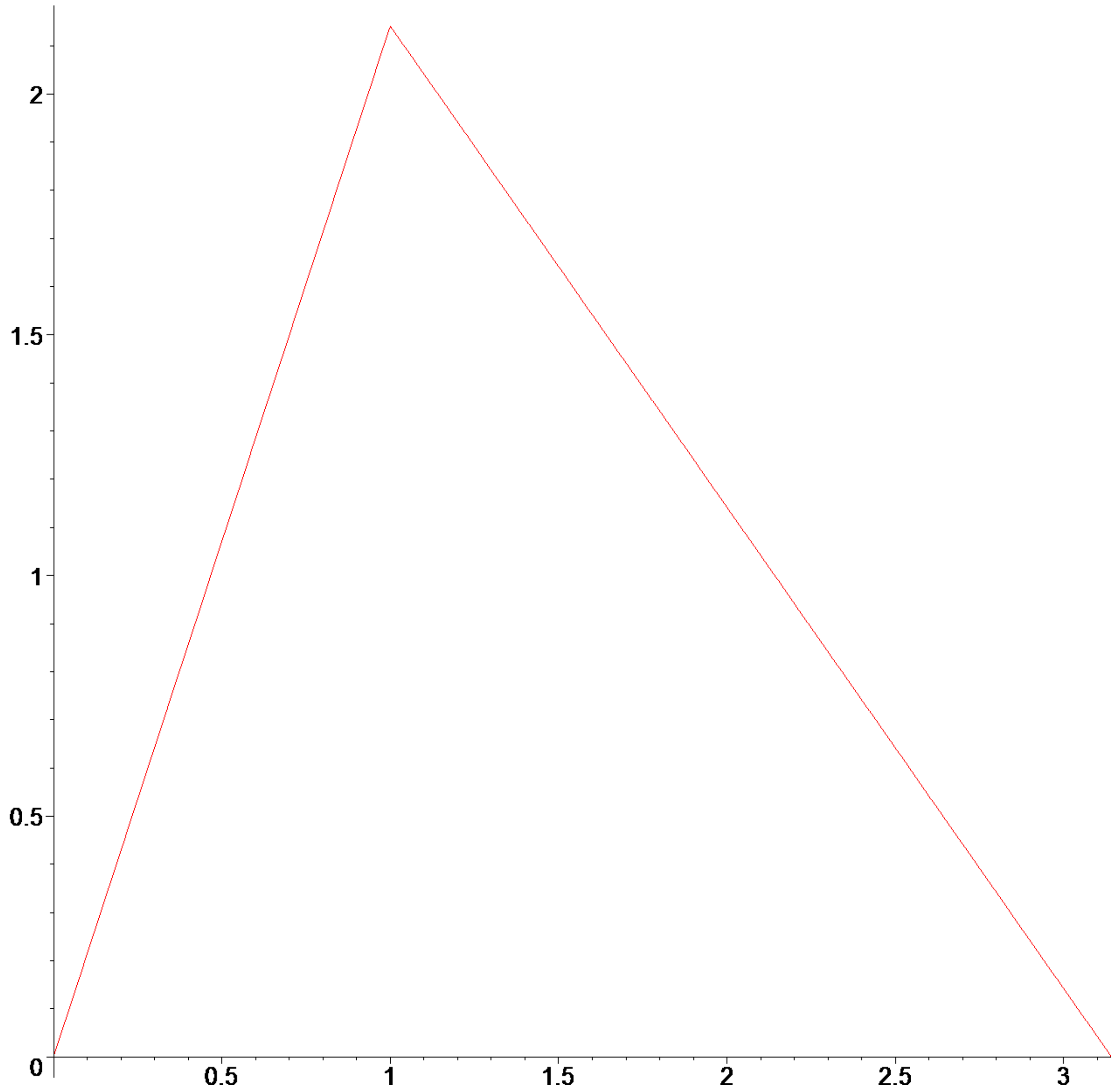
$$1.070296518$$

```
> plot3d(z,x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,numpoints=3000);
```



```
> e1:=piecewise(t<1,t*(Pi-1),Pi-t);plot(e1,t=0..Pi);
```

$$e1 := \begin{cases} t\,(\pi - 1) & t < 1 \\ \pi - t & \text{otherwise} \end{cases}$$




```
> e:=piecewise(t<x,t*(Pi-x),x*(Pi-t));
```

$$e := \begin{cases} t\,(\pi - x) & t < x \\ x\,(\pi - t) & \textit{otherwise} \end{cases}$$

```
> b:=n->2*int(e*sin(n*t),t=0..Pi)/Pi;
```

$$b := n \rightarrow \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} e\,\sin(n\,t)\,dt$$

```
> assume(n::integer,0<x,x<Pi):simplify(b(n));
```

$$\frac{2\,\sin(x\sim\,n\sim)}{n\sim^2}$$

```
>
```