Soit q une fonction strictement négative sur $\mathbb{R}_+$.
Soit y_1 la solution de $y" + qy = 0$ telle que $y_1(0) = y_1'(0) = 1$.
Tracer avec Maple le graphe de y_1 sur $[0, 6]$ pour plusieurs valeurs de q.
Que peut-on conjecturer sur le signe, les variations et la convexité de y_1 ?
Montrer que y_1, est strictement positive, strictement croissante et strictement convexe sur $\mathbb{R}_+$.
Montrer que $\dfrac{1}{y_1^2}$ est intégrable sur $\mathbb{R}_+$ et que $y_2(x) = y_1(x) \displaystyle\int_x^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{y_1^2(t)}$ est solution de l'équation différentielle.
(y_1, y_2) est-elle une base de l'ensemble des solutions de l'équation ?
Montrer que y_2 admet une limite finie en $+\infty$.
Quel est l'ensemble des solutions bornées sur $\mathbb{R}_+$?
On suppose que q est intégrable sur $\mathbb{R}_+$; montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} y_2'(x) = 0$. *Centrale* O19-081