On considère un triangle ABC tel que : $AB = r; BC = l; (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \theta$.

1. A l'aide d'un produit scalaire, exprimer AC en fonction de r, l, θ.
2. Dans toute la suite, on suppose $0 < |\lambda| < 1$.
   Soit $Z(\lambda, \theta) = \cos\theta + \dfrac{1}{\lambda}(1 - \lambda^2(\sin\theta)^2)^{1/2}$.
   (a) Montrer que : $Z(\lambda, \theta) = \dfrac{1}{\lambda} + \cos\theta + \displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \lambda^{2k-1} u_k(\theta)$.
   (b) Avec Maple, tracer les fonctions :
   $\theta \mapsto Z(\lambda, \theta)$,
   $\theta \mapsto Z_n(\lambda, \theta) = \dfrac{1}{\lambda} + \cos\theta + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \lambda^{2k-1} u_k(\theta)$ pour $n = 2$ et $n = 5$,
   pour $\lambda = 0,33; 0,9; 0,99$.
3. Majorer $|Z(\lambda, \theta) - Z_n(\lambda, \theta)|$. (On pourra utiliser le reste d'une série géométrique)
4. On s'intéresse maintenant à la série de Fourier de Z.
   (a) Caractériser la série de Fourier de Z. Pouvez-vous calculer directement les coefficients de Fourier de la fonction ?
   (b) Avec Maple, calculer la somme de la série de Fourier de $Z(\dfrac{1}{2}, \theta)$ à $\dfrac{10^{-5}}{2}$ près.

(Centrale-PC(Sou)) O18-902