

1. f a un point critique donc S est une quadrique à centre et $A = (3, -1, -6)$ est le centre, d'où la nouvelle équation $f_1 = 0$.

On remarque que f_1 est invariante par $(x_1, y_1, z_1) \mapsto (y_1, x_1, z_1)$ et par $(x_1, y_1, z_1) \mapsto (-y_1, -x_1, -z_1)$ d'où symétrie par rapport au plan $y_1 = z_1$ et par rapport à la droite $(y_1 = -x_1, z_1 = 0)$ (En composant, on trouve bien la symétrie par rapport à A).

2. S a pour équation réduite $27z^2 + 18x^2 + 18y^2 = 2180$ donc c'est un ellipsoïde de révolution d'axe Az et avec $r^2 = x^2 + y^2$ on trouve une équation $r = \varphi(z)$ pour le 1/2-ellipsoïde.

Paramétrage : $(r \cos t, r \sin t, z)$ d'où le dessin en cylindriques.

3. On sait que l'aire élémentaire da_S sur une surface de révolution est $da_S = 2\pi r dl$ où dl est la longueur élémentaire sur une méridienne.

dl est donc la longueur élémentaire sur l'ellipse $r = \varphi(z)$ dans un repère (A, r, z) donc $dl = \sqrt{1 + (\varphi'(z))^2} dz$. L'ellipsoïde étant quasi-sphérique, on peut vérifier l'ordre de grandeur du résultat.

[O17-C031

[> **restart:**

[> **f:=22*x^2+22*y^2+19*z^2+8*x*y-4*x*z-4*y*z-148*x-4*y+236*z-1252;**

$$f := 22x^2 + 22y^2 + 19z^2 + 8xy - 4xz - 4yz - 148x - 4y + 236z - 1252$$

[> **gra:={diff(f,x),diff(f,y),diff(f,z)};**

$$\text{gra} := \{44x + 8y - 4z - 148, 44y + 8x - 4z - 4, 38z - 4x - 4y + 236\}$$

[> **solve(gra);**

$$\{x = 3, y = -1, z = -6\}$$

[> **f1:=expand(subs(x=x1+3,y=y1-1,z=z1-6,f));**

$$f1 := -2180 + 22x1^2 + 22y1^2 + 19z1^2 + 8x1y1 - 4x1z1 - 4y1z1$$

[> **with(LinearAlgebra);**

[&x, Add, Adjoint, BackwardSubstitute, BandMatrix, Basis, BezoutMatrix, BidiagonalForm, BilinearForm, CharacteristicMatrix, CharacteristicPolynomial, Column, ColumnDimension, ColumnOperation, ColumnSpace, CompanionMatrix, ConditionNumber, ConstantMatrix, ConstantVector, Copy, CreatePermutation, CrossProduct, DeleteColumn, DeleteRow, Determinant, Diagonal, DiagonalMatrix, Dimension, Dimensions, DotProduct, EigenConditionNumbers, Eigenvalues, Eigenvectors, Equal, ForwardSubstitute, FrobeniusForm, GaussianElimination, GenerateEquations, GenerateMatrix, Generic, GetResultDataType, GetResultShape, GivensRotationMatrix, GramSchmidt, HankelMatrix, HermiteForm, HermitianTranspose, HessenbergForm, HilbertMatrix, HouseholderMatrix, IdentityMatrix, IntersectionBasis, IsDefinite, IsOrthogonal, IsSimilar, IsUnitary, JordanBlockMatrix, JordanForm, KroneckerProduct, LA_Main, LUdecomposition, LeastSquares, LinearSolve, Map, Map2, MatrixAdd, MatrixExponential, MatrixFunction, MatrixInverse, MatrixMatrixMultiply, MatrixNorm, MatrixPower, MatrixScalarMultiply, MatrixVectorMultiply, MinimalPolynomial, Minor, Modular, Multiply, NoUserValue, Norm, Normalize, NullSpace, OuterProductMatrix, Permanent, Pivot, PopovForm, QRdecomposition, RandomMatrix, RandomVector, Rank, RationalCanonicalForm, ReducedRowEchelonForm, Row, RowDimension, RowOperation, RowSpace, ScalarMatrix, ScalarMultiply, ScalarVector, SchurForm, SingularValues, SmithForm, StronglyConnectedBlocks, SubMatrix, SubVector, SumBasis, SylvesterMatrix, ToeplitzMatrix, Trace, Transpose, TridiagonalForm, UnitVector, VandermondeMatrix, VectorAdd, VectorAngle, VectorMatrixMultiply, VectorNorm, VectorScalarMultiply, ZeroMatrix, ZeroVector, Zip]

[> **a:=Matrix(3,3,[22,4,-2,4,22,-2,-2,-2,19]);**

$$a := \begin{bmatrix} 22 & 4 & -2 \\ 4 & 22 & -2 \\ -2 & -2 & 19 \end{bmatrix}$$

[> **Eigenvalues(a);**

$$\begin{bmatrix} 27 \\ 18 \\ 18 \end{bmatrix}$$

[27 x2^2+18 y2^2+18 z2^2=2180

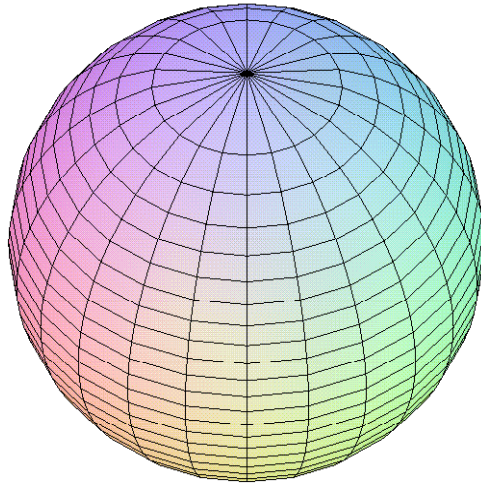
[> **a:=sqrt(27/2180);b:=sqrt(18/2180);r:=b*sqrt(1-z^2/27*2180);**

$$a := \frac{3\sqrt{1635}}{1090}$$
$$b := \frac{3\sqrt{1090}}{1090}$$
$$r := \frac{\sqrt{1090}\sqrt{81 - 6540z^2}}{3270}$$

[> **with(plots);**

[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]

[> **plot3d(r, theta=-Pi..Pi, z=-a..a, coords=cylindrical);**



```
[ > aire:=int(2*Pi*r*sqrt(1+(diff(r,z))^2),z=-a..a);
```

$$aire := \frac{9\pi}{545} + \frac{27}{1090}\pi\sqrt{2}\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

```
[ > evalf(aire);evalf(a);evalf(b);
```

0.1196149393

0.1112893575

0.09086737993

```
[ > evalf(4*Pi*0.01);
```

0.1256637062

```
[ >
```