1. Il s'agit d'un système différentiel de la forme $(S) = (x' = \varphi(x,y),\ y' = \psi(x,y))$, donc d'un système autonome, où φ, ψ sont des fonctions $\mathcal{C}^1$ sur l'ouvert $\Omega = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_-^*$ de $\mathbb{R}^2$ et $(-2/3, -3/2) \in \Omega$ donc $((S), (x(1) = -2/3, y(1) = -3/2))$ admet une solution maximale et une seule, $(x,y) : I \to \mathbb{R}^2$; de plus I est un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$.
2. $f' = x'y + xy' = x + 1 = -\dfrac{1}{2}y'$ donc $f = -\dfrac{1}{2}y + C$ où C est indépendant de t ; $t = 1$ donne $C = 1/4$.
   $xy = -\dfrac{1}{2}y + 1/4$ donc $x = -1/2 + \dfrac{1}{4y}$ et $y' = -2(-1/2 + \dfrac{1}{4y}) - 2 = \dfrac{1}{2y} - 1$ ie (E).
3. Même sans Maple, l'EDO (E) est à variables séparables donc ...
4. $y = \dfrac{1}{2}(1+2x)^{-1} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n 2^n x^n$ si $|x| < 1/2$, ce qui ne concerne pas la solution étudiée...

   On peut aussi dire que $y = \dfrac{1}{4x}(1 + \dfrac{1}{2x})^{-1} = \dfrac{1}{4x}\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n \left(\dfrac{1}{2x}\right)^n$ si $|x| > 1/2$.

O17-073

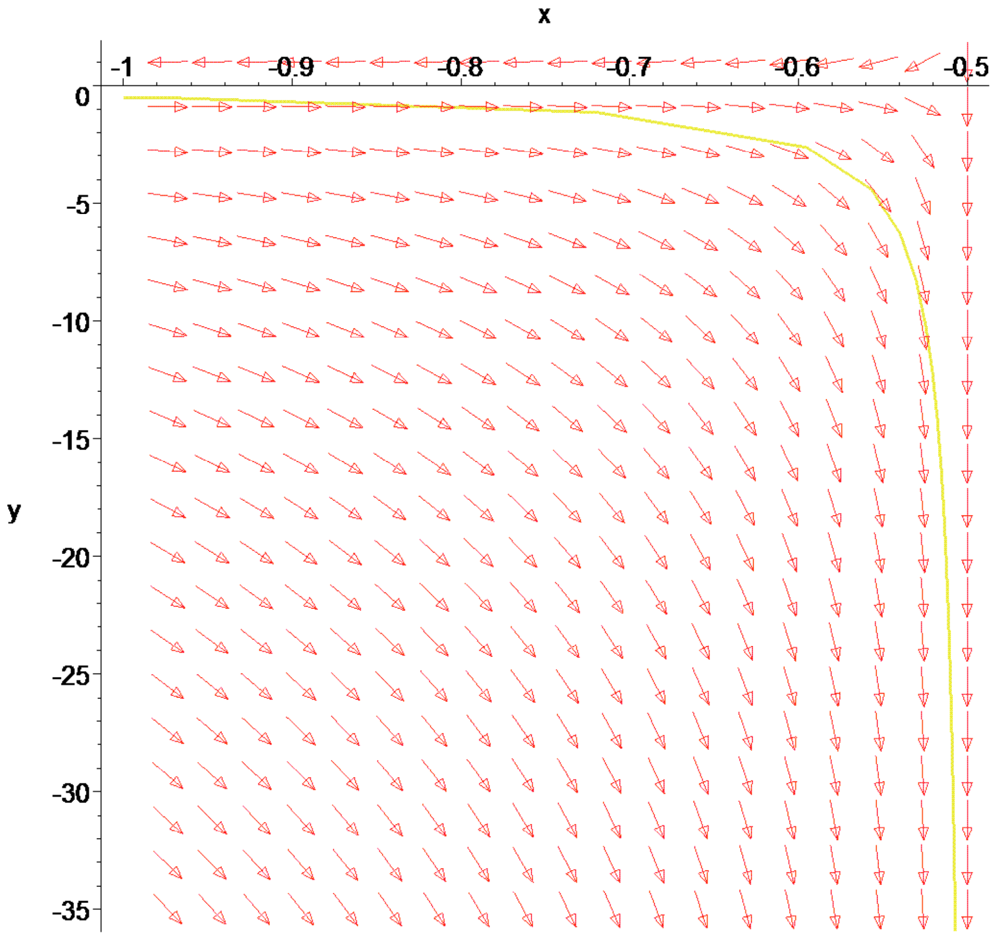
```
> restart;
> with(DEtools):
> sys:=diff(x(t),t)=(2*(x(t))^2+3*x(t)+1)/y(t),diff(y(t),t)=-2*x(t)-2;
```

$$sys := \frac{d}{dt}\,\mathrm{x}(t) = \frac{2\,\mathrm{x}(t)^2 + 3\,\mathrm{x}(t) + 1}{\mathrm{y}(t)},\ \frac{d}{dt}\,\mathrm{y}(t) = -2\,\mathrm{x}(t) - 2$$

```
> ic:=x(1)=-2/3,y(1)=-3/2;
```

$$ic := \mathrm{x}(1) = \frac{-2}{3},\ \mathrm{y}(1) = \frac{-3}{2}$$

```
> dsolve([sys,ic]);
> DEplot( [sys], [x(t),y(t)], t=-60..40, x=-1..-0.5, y=-35..1,
   [[ic]], arrows=medium);
```




```
> ed:=diff(y(t),t)=-1/y(t)/2-1;
```

$$ed := \frac{d}{dt}\,\mathrm{y}(t) = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{\mathrm{y}(t)} - 1$$

```
> ic1:=y(1)=-3/2;
```

$$ic1 := \mathrm{y}(1) = \frac{-3}{2}$$

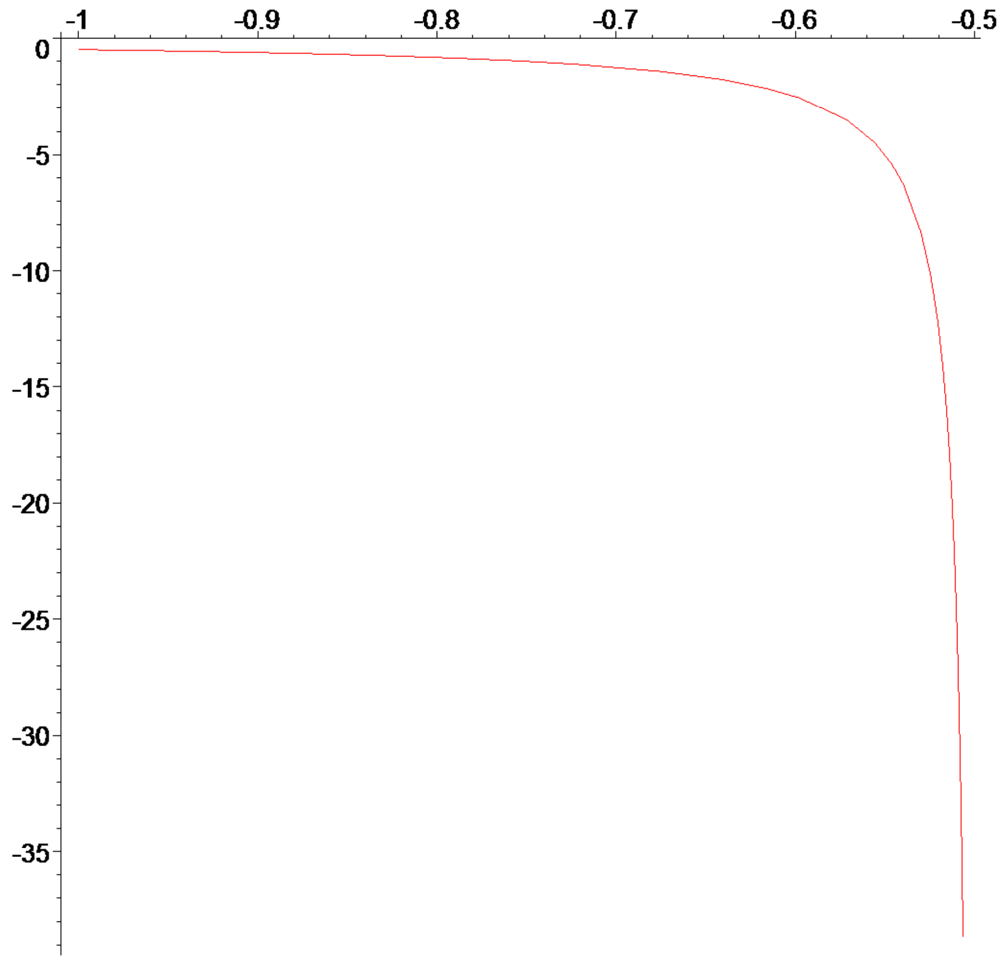
```
> yy:=subs(dsolve([ed,ic1],y(t)),y(t));
```

$$yy := -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\mathrm{LambertW}(-2\,\mathbf{e}^{(-I\,(2\,I\,t - \pi))})$$

```
> xx:=-1/2+1/4/yy;
```

$$xx := -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\,\frac{1}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\mathrm{LambertW}(-2\,\mathbf{e}^{(-I\,(2\,I\,t - \pi))})}$$

```
> plot([xx,yy,t=-60..40]);
```




```
> series(yy,t=0);
```

$$\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\,\mathrm{LambertW}(2)\right)-\frac{\mathrm{LambertW}(2)}{1+\mathrm{LambertW}(2)}\,t-\frac{\mathrm{LambertW}(2)}{(1+\mathrm{LambertW}(2))^3}\,t^2+\frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{LambertW}(2)\,(2\,\mathrm{LambertW}(2)-1)}{(1+\mathrm{LambertW}(2))^5}\,t^3-\frac{1}{3}\,\frac{\mathrm{LambertW}(2)\,(-8\,\mathrm{LambertW}(2)+6\,\mathrm{LambertW}(2)^2+1)}{(1+\mathrm{LambertW}(2))^7}\,t^4+\frac{2}{15}\,\frac{\mathrm{LambertW}(2)\,(22\,\mathrm{LambertW}(2)-1-58\,\mathrm{LambertW}(2)^2+24\,\mathrm{LambertW}(2)^3)}{(1+\mathrm{LambertW}(2))^9}\,t^5+\mathrm{O}(t^6)$$

```
>
```