1. Les droites stables sont les droites de vecteurs propres.
2. P est stable $\iff$ $(\phi(u) = 0 \Rightarrow (\phi \circ f)(u) = 0)$ ie P est stable $\iff$ $\mathrm{Ker}\phi \subset \mathrm{Ker}(\phi \circ f)$.
   ϕ et $\phi \circ f$ sont des formes linéaires dont les noyaux sont des hyperplans ou bien l'espace entier et on sait que $\mathrm{Ker}\phi \subset \mathrm{Ker}(\phi \circ f)$ $\iff$ $\phi \circ f$ est proportionnel à ϕ : $\phi \circ f = \lambda\phi$ et $\lambda = 0$ ssi $\mathrm{Ker}(\phi \circ f)$ est l'espace entier.
   Soit $V = (a, b, c)$. $\phi \circ f = \lambda\phi \iff VA = \lambda V \iff {}^tA{}^tV = \lambda{}^tV$ donc λ est une valeur propre de ${}^tA$ (ou de A) et ${}^tV$ un vecteur propre associé.
   On doit aussi pouvoir contrôler que le plan engendré par deux droites stables est un plan stable et/ou que l'intersection de deux plans stables est une droite stable.

O16-962

```
> restart:
> with(LinearAlgebra);
```

[&x, Add, Adjoint, BackwardSubstitute, BandMatrix, Basis, BezoutMatrix, BidiagonalForm, BilinearForm, CharacteristicMatrix, CharacteristicPolynomial, Column, ColumnDimension, ColumnOperation, ColumnSpace, CompanionMatrix, ConditionNumber, ConstantMatrix, ConstantVector, Copy, CreatePermutation, CrossProduct, DeleteColumn, DeleteRow, Determinant, Diagonal, DiagonalMatrix, Dimension, Dimensions, DotProduct, EigenConditionNumbers, Eigenvalues, Eigenvectors, Equal, ForwardSubstitute, FrobeniusForm, GaussianElimination, GenerateEquations, GenerateMatrix, Generic, GetResultDataType, GetResultShape, GivensRotationMatrix, GramSchmidt, HankelMatrix, HermiteForm, HermitianTranspose, HessenbergForm, HilbertMatrix, HouseholderMatrix, IdentityMatrix, IntersectionBasis, IsDefinite, IsOrthogonal, IsSimilar, IsUnitary, JordanBlockMatrix, JordanForm, KroneckerProduct, LA_Main, LUDecomposition, LeastSquares, LinearSolve, Map, Map2, MatrixAdd, MatrixExponential, MatrixFunction, MatrixInverse, MatrixMatrixMultiply, MatrixNorm, MatrixPower, MatrixScalarMultiply, MatrixVectorMultiply, MinimalPolynomial, Minor, Modular, Multiply, NoUserValue, Norm, Normalize, NullSpace, OuterProductMatrix, Permanent, Pivot, PopovForm, QRDecomposition, RandomMatrix, RandomVector, Rank, RationalCanonicalForm, ReducedRowEchelonForm, Row, RowDimension, RowOperation, RowSpace, ScalarMatrix, ScalarMultiply, ScalarVector, SchurForm, SingularValues, SmithForm, StronglyConnectedBlocks, SubMatrix, SubVector, SumBasis, SylvesterMatrix, ToeplitzMatrix, Trace, Transpose, TridiagonalForm, UnitVector, VandermondeMatrix, VectorAdd, VectorAngle, VectorMatrixMultiply, VectorNorm, VectorScalarMultiply, ZeroMatrix, ZeroVector, Zip]

```
> a:=Matrix(3,3,[59,-26,10,188,-83,32,140,-62,24]);
```

$$a := \begin{bmatrix} 59 & -26 & 10 \\ 188 & -83 & 32 \\ 140 & -62 & 24 \end{bmatrix}$$

```
> Eigenvectors(a);
```

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & \frac{8}{9} & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> hyp:=Eigenvectors(Transpose(a));# 4x-2y+z=0, 26x-11y+4z=0, 11x-5y+2z=0 sont les plans stables
```

$$hyp := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & \frac{13}{2} & \frac{11}{2} \\ -2 & \frac{-11}{4} & \frac{-5}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> b:=hyp[2];
```

$$b := \begin{bmatrix} 4 & \frac{13}{2} & \frac{11}{2} \\ -2 & \frac{-11}{4} & \frac{-5}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> CrossProduct(Column(b,1),Column(b,2)),CrossProduct(Column(b,2),Column(b,3)),CrossProduct(Column(b,3),Column(b,1));
```

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{5}{2} \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-1}{4} \\ -1 \\ \frac{-9}{8} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} \\ \frac{-3}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

```
> # L'intersection des 2 premiers plans stables est bien une droite stable
```