(a) u semble converger vers 6.
p vérifie $p_{n+1} = 111p_n - 1130p_{n-1} + 3000p_{n-2}$.

(b) L'espace vectoriel est isomorphe à $\mathbb{R}^3$ par $\Theta : p \leftrightarrow (p_0, p_1, p_2)$ donc il est de dimension 3.

(c) En résolvant l'équation caractéristique, on trouve des solutions particulières géométriques $p_n = r^n$ pour $r = 5, 6, 100$ et $\det(\Theta((5^n)), \Theta((6^n)), \Theta((100^n)))$ est un Vandermonde non nul, donc on a une base de l'espace.

(d) Les conditions initiales donnent $c = 0$, ie $r = 100$ disparait et $\lim u = 6$ est confirmé. Mais on voit que c'est très instable, ie il suffit que c ne soit que "presque" nul pour que la limite devienne 100.

O15-C902

```
> restart:
> f:=(t,u)->111-1130/u+3000/t/u;
```

$$f := (t, u) \to 111 - \frac{1130}{u} + \frac{3000}{t\,u}$$

```
> u:=array(0..20);u[0]:=2;u[1]:=-4;
```

$$u := \text{array}(0 .. 20, [\ ])$$

$$u_0 := 2$$

$$u_1 := -4$$

```
> for k from 2 to 20 do u[k]:=f(u[k-2],u[k-1]) od:convert(map(evalf,u),list);
```

[2., -4., 18.50000000, 9.378378378, 7.801152738, 7.154414481, 6.806784737, 6.592632769, 6.449465934, 6.348452057, 6.274438598, 6.218695740, 6.175837305, 6.142359081, 6.115883067, 6.094739439, 6.077722305, 6.063940322, 6.052721761, 6.043552110, 6.036031881]

```
> solve(r^3-111*r^2+1130*r-3000);
```

$$100, 5, 6$$

```
> p:=n->a*5^n+b*6^n+c*100^n;
```

$$p := n \to a\,5^n + b\,6^n + c\,100^n$$

```
> s:=solve({p(0)=2,p(1)=u[2]*p(0),p(2)=u[3]*p(1)},{a,b,c});
```

$$s := \{ a = -25, b = 27, c = 0 \}$$

```
> subs(s,p(n));
```

$$-25\,5^n + 27\,6^n$$

```
> uu:=subs(s,p(n-1)/p(n-2));limit(uu,n=infinity);
```

$$uu := \frac{-25\,5^{(n-1)} + 27\,6^{(n-1)}}{-25\,5^{(n-2)} + 27\,6^{(n-2)}}$$

$$6$$

```
>
```