1. F est $\mathcal{C}^1$ et strictement croissante sur $\mathbb{R}$; F est impaire et $\lim\limits_{+\infty} F = +\infty$; F induit donc un $\mathcal{C}^1$-difféomorphisme de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
   Soit $x \in \mathbb{R}$. $\displaystyle\int_x^y e^{t^2}\,\mathrm{d}t = a \iff F(y) = F(x) + a \iff y = F^{-1}(F(x)+a)$ donc $f = F^{-1} \circ (F + aId)$ existe (et est de classe $\mathcal{C}^1$.)

2. $\forall x \in \mathbb{R},\ -f(-f(x)) = -F^{-1}(F(-f(x)) + a) = F^{-1}(-F(-f(x)) - a)$ (F^{-1} comme F est impaire) et $-F(-f(x)) = F(f(x)) = F(x) + a$ donc $\forall x \in \mathbb{R},\ -f(-f(x)) = x$ ie ($y = f(x) \Rightarrow x = -f(-y)$) ou bien ($(x, y) \in C \Rightarrow (-y, -x) \in C$) si C est la courbe représentative de f : $y = -x$ est axe de symétrie de C.
3. $\forall x > 0,\ a = \displaystyle\int_x^{f(x)} e^{t^2}\,\mathrm{d}t \geq (f(x) - x)e^{x^2}$ donc $f(x) - x = O_{x\to+\infty}(e^{-x^2})$: $y = x$ est asymptote à C.

O13-63

```
> restart;
> eq:=x->int(exp(t^2),t=x..y)-2;
```

$$eq := x \rightarrow \int_x^y \mathbf{e}^{(t^2)}\, dt - 2$$

```
> evalf(solve(eq(1)));Re(%);
```

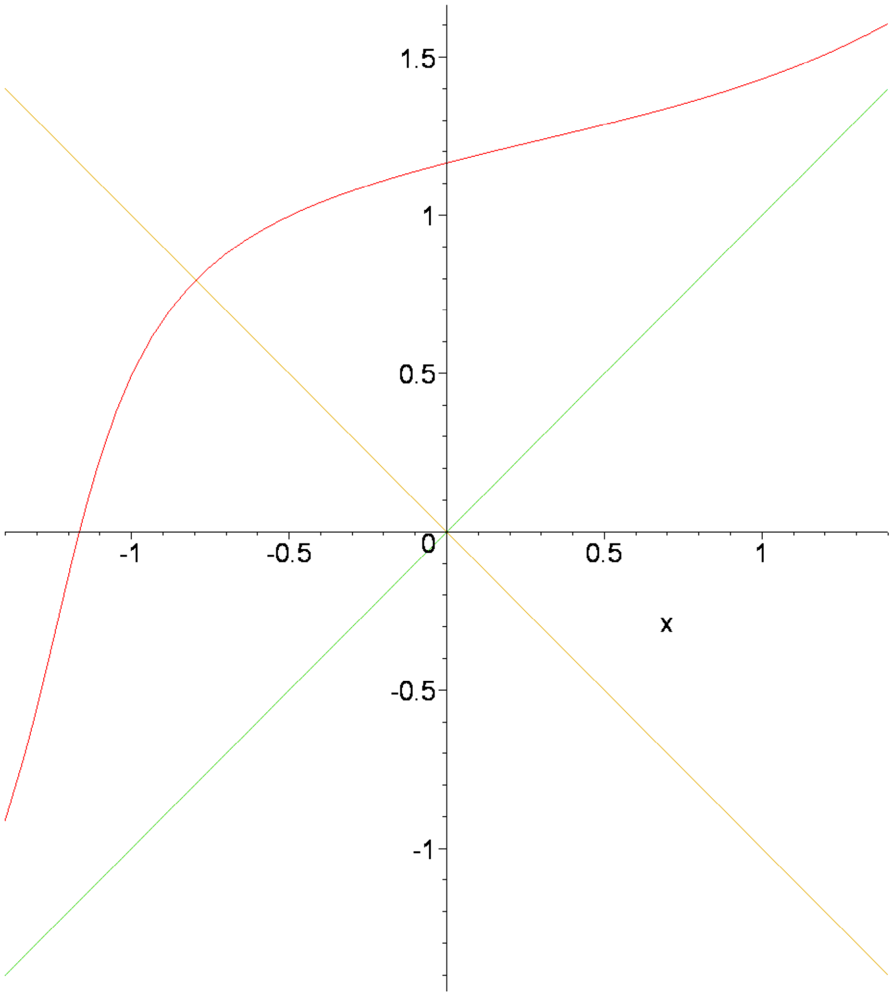
$$1.429936424 - 0.2240643751\ 10^{-21}\ I$$

$$1.429936424$$

```
> p:=Re(evalf(solve(eq(x),y)));
```

$$p := 1.\ \Im(\mathrm{RootOf}(\mathrm{erf}(\_Z)\sqrt{\pi} - \sqrt{\pi}\ \mathrm{erf}(x\ I) - 4\ I))$$

```
> plot([p,x,-x],x=-1.4..1.4,scaling=constrained);
```




```
>
```