1. $\Gamma' \subset \Gamma$ en injectant $x(t), y(t)$ de Γ' dans l'équation de Γ.
   Inversement, Γ donne $(x+y)^2+3y^2 = 1$ donc, pour tout point de Γ, il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que $x+y = \cos t$ et $\sqrt{3}y = \sin t$ donc ce point est sur Γ'.
2. On sait $R = \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}s}$ où α est l'angle polaire du vecteur tangent (modulo π) et s un paramétrage normal (ie une abscisse curviligne).
   Pour Γ' : $R1 = \dfrac{\mathrm{d}\left(\arctan(y'(t)/x'(t))\right) / \mathrm{d}t}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}$.
   On sait aussi que $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}s} = cN$ où (T, N) est le repère de Frenet et c est la courbure.
   Pour Γ : On trouve T en normant un vecteur normal au gradient de la fonction associée.
   On sait que $T = (\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}, \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s})$.
   On cherche la première coordonnée de $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}s}$, d'abord en fonction de $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}$ puis en fonction de x et y d'où c en divisant par la première coordonnée de N.
   En un point de paramètre t, les deux résultats coïncident ! ! !

O18-C047

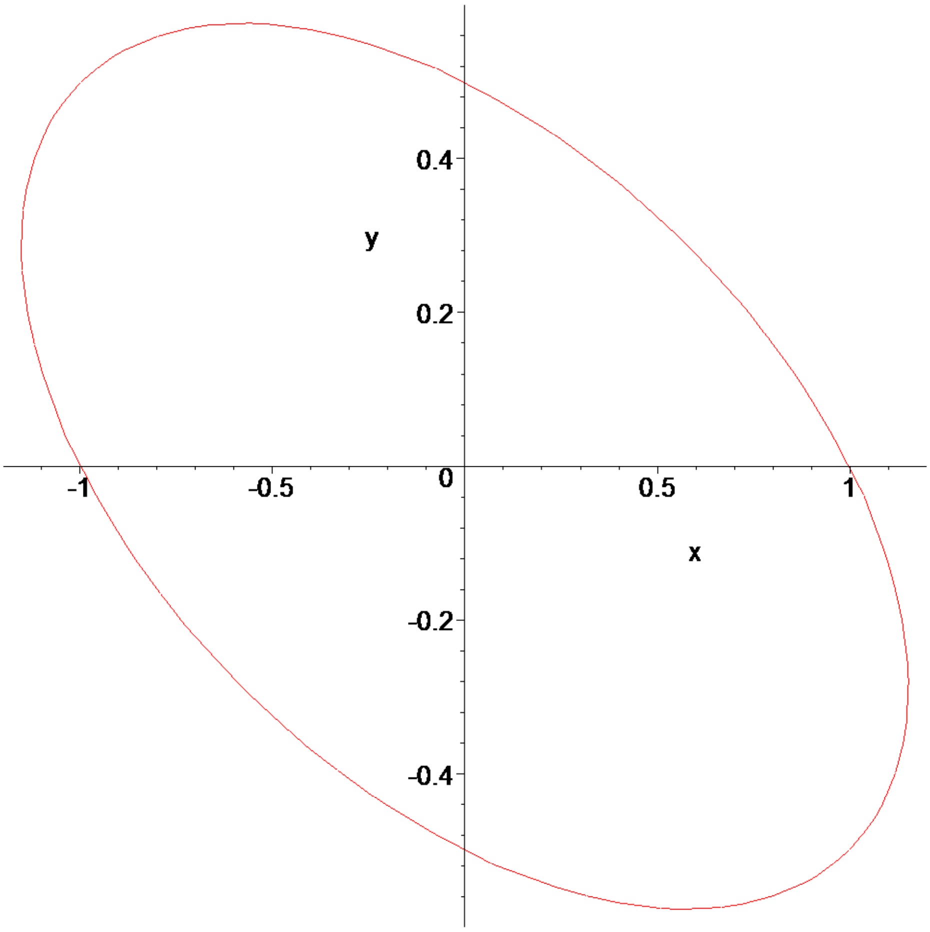
```
> restart;with(plots):
```

Warning, the name changecoords has been redefined

```
> G:=x^2+2*x*y+4*y^2-1;
```

$$G := x^2 + 2\,x\,y + 4\,y^2 - 1$$

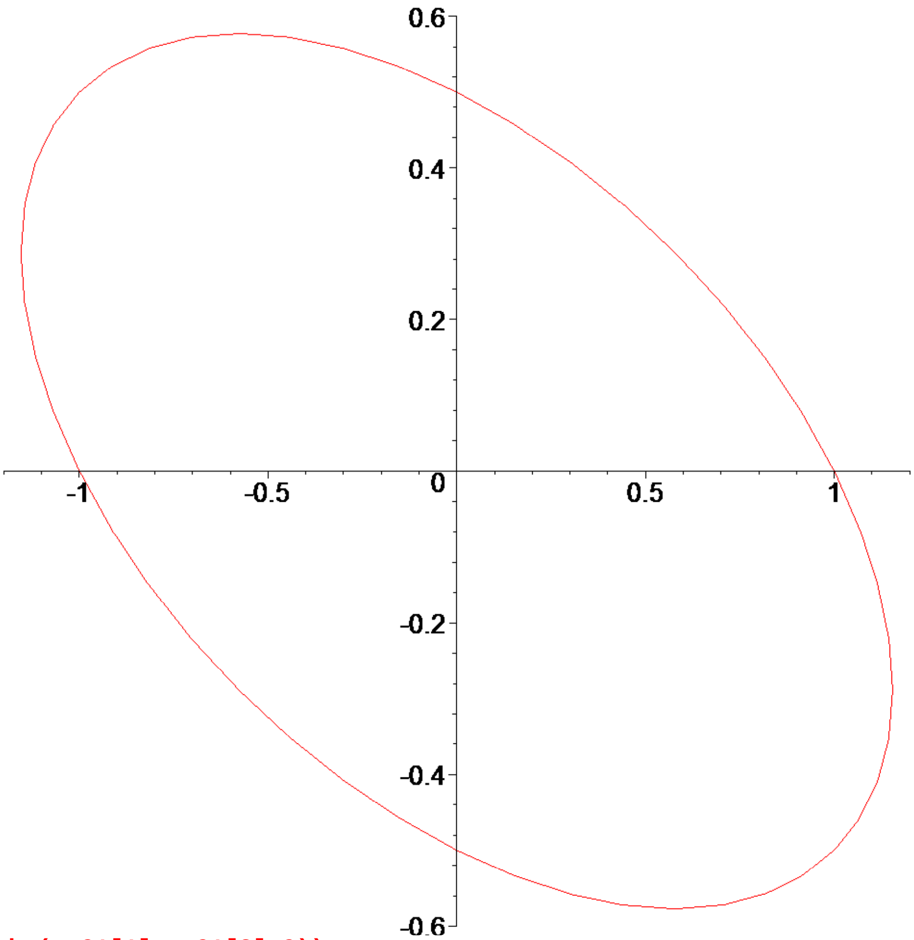
```
> implicitplot(G,x=-2..2,y=-1..1);
```




```
> G1:=[cos(t)-sin(t)/sqrt(3),sin(t)/sqrt(3)];
```

$$G1 := \left[\cos(t) - \frac{1}{3}\sin(t)\sqrt{3}, \frac{1}{3}\sin(t)\sqrt{3}\right]$$

```
> plot([op(G1),t=-Pi..Pi]);
```




```
> simplify(subs(x=G1[1],y=G1[2],G));
```

$$0$$

```
> DerG1:=diff(G1,t);DDerG1:=diff(DerG1,t);
```

$$DerG1 := \left[-\sin(t) - \frac{1}{3}\cos(t)\sqrt{3}, \frac{1}{3}\cos(t)\sqrt{3}\right]$$

$$DDerG1 := \left[-\cos(t) + \frac{1}{3}\sin(t)\sqrt{3}, -\frac{1}{3}\sin(t)\sqrt{3}\right]$$

```
> c1:=simplify((-DerG1[1]*DDerG1[2]+DerG1[2]*DDerG1[1])/((DerG1[1])^2+(DerG1[2])^2)^(3/2
));R1:=1/c1;
```

$$c1 := \frac{3\sqrt{3}}{(-2\sin(t)\cos(t)\sqrt{3} + \cos(t)^2 - 3)\sqrt{6\sin(t)\cos(t)\sqrt{3} - 3\cos(t)^2 + 9}}$$

$$R1 := \frac{1}{9}\sqrt{3}\,(-2\sin(t)\cos(t)\sqrt{3} + \cos(t)^2 - 3)\sqrt{6\sin(t)\cos(t)\sqrt{3} - 3\cos(t)^2 + 9}$$

```
> T:=[x+4*y,-x-y]/sqrt((x+4*y)^2+(x+y)^2);
```

$$T := \frac{[x + 4\,y, -x - y]}{\sqrt{2\,x^2 + 10\,x\,y + 17\,y^2}}$$

```
> dTsurds1:=diff((x(s)+4*y(s))/sqrt(2*x(s)^2+10*x(s)*y(s)+17*y(s)^2),s);
```

$$dTsurds1 := \frac{\left(\frac{d}{ds}\mathrm{x}(s)\right) + 4\left(\frac{d}{ds}\mathrm{y}(s)\right)}{\sqrt{2\,\mathrm{x}(s)^2 + 10\,\mathrm{x}(s)\,\mathrm{y}(s) + 17\,\mathrm{y}(s)^2}} - \frac{1}{2}\frac{(\mathrm{x}(s) + 4\,\mathrm{y}(s))\left(4\,\mathrm{x}(s)\left(\frac{d}{ds}\mathrm{x}(s)\right) + 10\left(\frac{d}{ds}\mathrm{x}(s)\right)\mathrm{y}(s) + 10\,\mathrm{x}(s)\left(\frac{d}{ds}\mathrm{y}(s)\right) + 34\,\mathrm{y}(s)\left(\frac{d}{ds}\mathrm{y}(s)\right)\right)}{(2\,\mathrm{x}(s)^2 + 10\,\mathrm{x}(s)\,\mathrm{y}(s) + 17\,\mathrm{y}(s)^2)^{(3/2)}}$$

```
> dTsurds2:=simplify(subs(diff(x(s),s)=(x+4*y)/sqrt(2*x^2+10*x*y+17*y^2),diff(y(s),s)=(-
x-y)/sqrt(2*x^2+10*x*y+17*y^2),x(s)=x,y(s)=y,dTsurds1));
```

$$dTsurds2 := -\frac{3\,(x^3 + 3\,x^2\,y + 6\,x\,y^2 + 4\,y^3)}{(2\,x^2 + 10\,x\,y + 17\,y^2)^2}$$

```
> c:=simplify(dTsurds2/(x+y)*sqrt(2*x^2+10*x*y+17*y^2));
```

$$c := -\frac{3\,(x^2 + 2\,x\,y + 4\,y^2)}{(2\,x^2 + 10\,x\,y + 17\,y^2)^{(3/2)}}$$

```
> RR:=simplify(subs(x=G1[1],y=G1[2],1/c));
```

$$RR := -\frac{1}{3}\,(2\sin(t)\cos(t)\sqrt{3} - \cos(t)^2 + 3)^{(3/2)}$$

```
> simplify(RR-R1);
```

$$0$$

```
>
```